

一种阵列互耦影响下的目标 直接定位算法及其理论性能分析

王 鼎¹,张瑞杰²,张 涛³

(1. 解放军信息工程大学信息工程学院,河南郑州 450002;

2. 解放军信息工程大学数学工程与先进计算国家重点实验室,河南郑州 450002;3. 南京军区军务部,江苏南京 210018)

摘 要: 相比传统的两步定位方法,以 Weiss 和 Amar 等人提出的目标位置直接确定方法具有定位精度高、目标分辨率高、可避免“目标-量测”匹配等优势. 本文基于该类定位方法的思想,提出了一种利用单个运动天线阵列对目标辐射源的直接定位算法. 与已有直接定位算法不同的是,文中新算法考虑了阵列互耦的影响,并且能够实现阵列互耦参量和目标位置参量的解耦估计. 此外,文中还基于矩阵特征值扰动理论,定量推导了新算法参数估计的理论方差(包括目标位置估计方差和互耦向量估计方差),并且给出了全部参量估计方差的克拉美罗界. 最后,该文通过仿真实验验证了新算法的优越性和理论分析的有效性.

关键词: 位置直接确定; 辐射源; 运动天线阵列; 互耦; 理论性能分析; 克拉美罗界

中图分类号: TN911.7 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112 (2017)05-1130-09

电子学报 URL: <http://www.ejournal.org.cn> **DOI:** 10.3969/j.issn.0372-2112.2017.05.016

A Direct Position Determination Approach for Radio Emitters in Presence of Mutual Coupling

WANG Ding¹,ZHANG Rui-jie²,ZHANG Tao³

(1. Institute of Information System Engineering, PLA Information Engineering University, Zhengzhou, Henan 450002, China;

2. State key laboratory of mathematical engineering and advanced computing, PLA Information Engineering University, Zhengzhou, Henan 450002, China;

3. Nanjing military region military affairs department, Nanjing, Jiangsu 210018, China)

Abstract: Compared to the conventional two-step localization method, the direct position determination (DPD) methods presented by Weiss and Amar have more advantages, such as high precision, strong resolution capability, no measurements-sources association issue, etc. Based on the idea behind the novel localization mechanism, a new DPD method using the passive measurements made with a moving antenna array is proposed in this paper. Unlike the previous approaches, the proposed DPD method considers the effects of array mutual coupling and can decouple the target's positions and mutual coupling coefficients so that they can be solved separately. In addition, the theoretical estimation variance of the new DPD algorithm is derived in analytical manner based on the matrix eigen-perturbation theory. Finally, simulation results demonstrate the superiority of the proposed algorithm and the effectiveness of the theoretical analysis in this paper.

Key words: direct position determination (DPD); radio emitters; moving antenna array; mutual coupling; theoretical performance analysis; Cramér-Rao bound (CRB)

1 引言

与传统两步定位体制^[1,2]不同的是,以 Weiss 和 Amar 为代表的学者提出一类新型无线电信号定位方

法^[3-7],可称其为目标位置直接确定(Direct Position Determination——DPD)方法,相关理论成果包括基于宽带信号时频差信息的单目标直接定位算法^[3]、基于窄带信号多普勒频移信息的单目标直接定位算法^[4]、基于

多个天线阵列的单(多)目标直接定位算法^[5-7]等.通过大量仿真实验可以验证,DPD 定位方法比传统两步定位方法具有更高的定位精度和目标分辨能力,并且可以避免“目标-量测”匹配问题.基于 DPD 定位方法的基本思想,Oispuu 和 Nockel 提出了基于单个运动天线阵列对多个目标辐射源的直接定位算法^[8],张敏和郭福成等人提出了基于单个运动长基线干涉仪的直接定位算法^[9,10],它们都可以归到 DPD 定位框架之下.

本文提出了一种利用单个运动天线阵列对单(多)个目标辐射源的直接定位算法.文中考虑了阵列互耦影响,并且实现了阵列互耦参量和目标位置参量的解耦估计,该方法在阵列信号处理中称为秩减估计器(Rank Reduction Estimator——RARE)^[11-13],主要用于 DOA 参量和互耦参量的解耦估计,而本文则将其应用于目标直接定位领域中,并称其为 RARE-DPD 算法.此外,文中还基于矩阵特征扰动理论,定量推导 RARE-DPD 算法的参数估计理论方差,并且给出了参数估计方差的克拉美罗界(CRB——Cramér-Rao Bound).

2 互耦影响下的阵列信号模型与相关假设

如图 1 所示,假设某个 M 元天线阵列安装在一个运动平台上,该阵列存在互耦效应(互耦矩阵记为 \mathbf{C}),此外,在该阵列的远场处有 D 个静止辐射源,其中第 d 个辐射源的位置向量为 \mathbf{p}_d .为了利用上述天线阵列对 D 个目标进行定位,需要阵列在不同时隙段内采集信号(假设共有 N 个时隙段).将由第 d 个目标辐射源在第 n 个时隙段产生的理想阵列流形响应记为 $\mathbf{a}_n(\mathbf{p}_d)$,于是在该时隙段内的阵列输出响应可以表示为

$$\mathbf{x}_n(t) = \mathbf{C}\mathbf{A}_n(\bar{\mathbf{p}})\mathbf{s}_n(t) + \boldsymbol{\varepsilon}_n(t) \quad (1)$$

式中 $s_{nd}(t)$ 表示第 d 个辐射源信号在第 n 个时隙段的复包络, $\mathbf{s}_n(t) = [s_{n1}(t) s_{n2}(t) \cdots s_{nD}(t)]^T$ 表示全部辐射源信号在第 n 个时隙段的复包络向量, $\boldsymbol{\varepsilon}_n(t)$ 表示第 n 个时隙段的阵列噪声向量, $\mathbf{A}_n(\bar{\mathbf{p}})$ 表示第 n 个时隙段的理想阵列流形矩阵,它可以表示为

$$\mathbf{A}_n(\bar{\mathbf{p}}) = [\mathbf{a}_n(\mathbf{p}_1) \quad \mathbf{a}_n(\mathbf{p}_2) \quad \cdots \quad \mathbf{a}_n(\mathbf{p}_D)] \quad (2)$$

式中 $\bar{\mathbf{p}} = [\mathbf{p}_1^T \mathbf{p}_2^T \cdots \mathbf{p}_D^T]^T$ 表示由全部目标位置向量所构成的高维参数向量(假定向量 \mathbf{p}_d 维数为 K ,于是向量 $\bar{\mathbf{p}}$ 的维数为 DK).

假设 $\mathbf{s}_n(t)$ 与 $\boldsymbol{\varepsilon}_n(t)$ 之间统计独立,则在第 n 个时隙段的阵列输出协方差矩阵可以表示为

$$\mathbf{R}_{\mathbf{x}_n \mathbf{x}_n} = \mathbf{C}\mathbf{A}_n(\bar{\mathbf{p}})\mathbf{R}_{\mathbf{s}_n \mathbf{s}_n}\mathbf{A}_n^H(\bar{\mathbf{p}})\mathbf{C}^H + \mathbf{R}_{\boldsymbol{\varepsilon}_n \boldsymbol{\varepsilon}_n} \quad (3)$$

式中 $\mathbf{R}_{\mathbf{s}_n \mathbf{s}_n}$ 表示信源协方差矩阵, $\mathbf{R}_{\boldsymbol{\varepsilon}_n \boldsymbol{\varepsilon}_n} = \sigma^2 \mathbf{I}_M$ 表示噪声协方差矩阵,其中 σ^2 为噪声功率.这里作出如下假设:

假设 1 根据互耦矩阵的特殊结构可以构造某个矩阵函数 $\mathbf{T}[\cdot]$ 满足

$$\mathbf{C}\mathbf{z} = \mathbf{T}[\mathbf{z}] \cdot \mathbf{c} \quad (4)$$

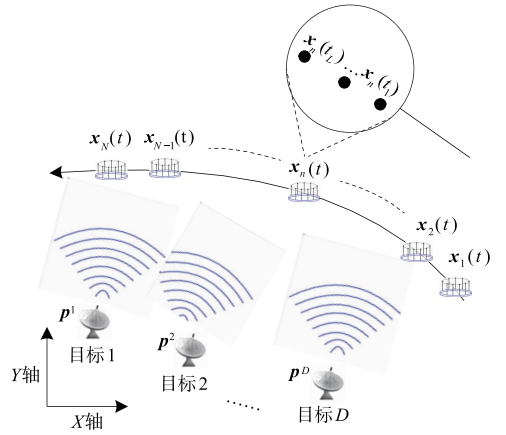


图1 基于单个运动天线阵列的目标直接定位示意图

式中 \mathbf{c} 是矩阵 \mathbf{C} 中全部独立参量构成的向量(假设其维数等于 W), \mathbf{z} 表示任意 M 维向量. $\mathbf{T}[\cdot]$ 的函数形式随着互耦矩阵的结构变化而改变^[11-13].

假设 2 信号复包络向量 $\mathbf{s}_n(t)$ 的各个分量服从零均值、相互独立的复圆高斯分布.

假设 3 目标辐射源位于阵列远场处,并且天线阵列运动轨迹越远,其能探测的目标范围就越大.

假设 4 为了实现目标定位,天线阵列的运动轨迹不能与任何一个辐射源位置共线^[14].

3 阵列互耦影响下的目标直接定位算法

本节将利用空间谱估计中的子空间技术^[15],提出目标位置参量和互耦参量的解耦估计方法.

首先对协方差矩阵 $\mathbf{R}_{\mathbf{x}_n \mathbf{x}_n}$ 进行特征分解可得

$$\mathbf{R}_{\mathbf{x}_n \mathbf{x}_n} = \mathbf{U}_n \boldsymbol{\Lambda}_n \mathbf{U}_n^H + \sigma^2 \mathbf{V}_n \mathbf{V}_n^H \quad (5)$$

式中 \mathbf{U}_n 包含大特征值对应的单位特征向量, \mathbf{V}_n 包含小特征值对应的单位特征向量,其列空间称为噪声子空间,该子空间上的正交投影矩阵可以表示为

$$\mathbf{H}_n = \mathbf{V}_n \mathbf{V}_n^H \quad (6)$$

根据子空间正交原理^[15]可得

$$\|\mathbf{H}_n \mathbf{C}\mathbf{a}_n(\mathbf{p}_d)\|_2^2 = \mathbf{a}_n^H(\mathbf{p}_d) \mathbf{C}^H \mathbf{H}_n \mathbf{C}\mathbf{a}_n(\mathbf{p}_d) = 0 \quad (7)$$

进一步可以推得

$$\sum_{n=1}^N \|\mathbf{H}_n \mathbf{C}\mathbf{a}_n(\mathbf{p}_d)\|_2^2 = \sum_{n=1}^N \mathbf{a}_n^H(\mathbf{p}_d) \mathbf{C}^H \mathbf{H}_n \mathbf{C}\mathbf{a}_n(\mathbf{p}_d) = 0 \quad (8)$$

将式(4)代入式(8)中可以证得

$$\mathbf{c}^H \mathbf{Q}(\mathbf{p}_d) \mathbf{c} = 0 \quad (9)$$

式中

$$\mathbf{Q}(\mathbf{p}_d) = \sum_{n=1}^N \mathbf{T}^H[\mathbf{a}_n(\mathbf{p}_d)] \cdot \mathbf{H}_n \cdot \mathbf{T}[\mathbf{a}_n(\mathbf{p}_d)] \quad (10)$$

根据式(9)可知,当 $\mathbf{p} = \mathbf{p}_d$ 时, $\mathbf{Q}(\mathbf{p})$ 是秩亏损矩阵,基于此性质可以得到目标直接定位的优化准则为

$$\mathbf{p}_d = \arg \min_{\mathbf{p}} J(\mathbf{p}) = \arg \min_{\mathbf{p}} \lambda_{\min}[\mathbf{Q}(\mathbf{p})] \quad (11)$$

式中 $\lambda_{\min}[\cdot]$ 表示矩阵最小特征值, 互耦向量 \mathbf{c} 可以通过下式获得

$$\mathbf{c} = \frac{1}{D} \sum_{d=1}^D \mathbf{e}_{\min}[\mathbf{Q}(\mathbf{p}_d)] \quad (12)$$

式中 $\mathbf{e}_{\min}[\cdot]$ 表示矩阵最小特征值对应的一特征向量.

式(11)和式(12)实现了目标位置参量与互耦参量解耦合估计(称为 RARE-DPD 算法). 下面给出两点注释.

注释 1 在实际中, 仅能得到 \mathbf{R}_{x_n} 的一致估计值 $\hat{\mathbf{R}}_{x_n} = \frac{1}{L} \sum_{l=1}^L \mathbf{x}_n(t_l) \mathbf{x}_n^H(t_l)$ (其中 L 表示每个时段内的样本点数), 此时将无法精确获得正交投影矩阵 $\mathbf{I}_n = \mathbf{V}_n \mathbf{V}_n^H$, 仅能得到其一致估计值 $\hat{\mathbf{I}}_n = \hat{\mathbf{V}}_n \hat{\mathbf{V}}_n^H$.

注释 2 表 1 给出了式(11)的计算量, 表 2 给出了式(12)的计算量, 其中仅统计复乘计算量.

表 1 式(11)的计算量分析

基本运算单元	运算单元复杂度	总的计算量
$\{\hat{\mathbf{R}}_{x_n^*}\}_{1 \leq n \leq N}$	$\frac{NLM(M+1)}{2}$	$\frac{NLM(M+1)}{2} + N \cdot O(M^3) + K_g \times \left(NWM(M-D) + \frac{NW(W+1)(M-D)}{2} + O(W^3) \right)$ (K_g 表示搜索的网格点数)
$\{\hat{\mathbf{V}}_n\}_{1 \leq n \leq N}$	$N \cdot O(M^3)$	
$\sum_{n=1}^N \mathbf{T}^H[\mathbf{a}_n(\mathbf{p})] \cdot \hat{\mathbf{V}}_n \hat{\mathbf{V}}_n^H \cdot \mathbf{T}[\mathbf{a}_n(\mathbf{p})]$	$NWM(M-D) + \frac{NW(W+1)(M-D)}{2}$	
$\lambda_{\min} \left[\sum_{n=1}^N \mathbf{T}^H[\mathbf{a}_n(\mathbf{p})] \cdot \hat{\mathbf{V}}_n \hat{\mathbf{V}}_n^H \cdot \mathbf{T}[\mathbf{a}_n(\mathbf{p})] \right]$	$O(W^3)$	

表 2 式(12)的计算量分析

基本运算单元	运算单元复杂度	总的计算量
$\left\{ \sum_{n=1}^N \mathbf{T}^H[\mathbf{a}_n(\mathbf{p}_d)] \cdot \hat{\mathbf{V}}_n \hat{\mathbf{V}}_n^H \cdot \mathbf{T}[\mathbf{a}_n(\mathbf{p}_d)] \right\}_{1 \leq d \leq D}$	$DNWM(M-D) + \frac{DNW(W+1)(M-D)}{2}$	$DNWM(M-D) + \frac{DNW(W+1)(M-D)}{2} + D \cdot O(W^3)$
$\frac{1}{D} \sum_{d=1}^D \mathbf{e}_{\min} \left[\sum_{n=1}^N \mathbf{T}^H[\mathbf{a}_n(\mathbf{p}_d)] \cdot \hat{\mathbf{V}}_n \hat{\mathbf{V}}_n^H \cdot \mathbf{T}[\mathbf{a}_n(\mathbf{p}_d)] \right]$	$D \cdot O(W^3)$	

4 参数估计方差的理论性能分析

4.1 预备结论

命题 1^[16] 现有任意 n 阶半正定矩阵 \mathbf{X} , 其特征值和单位特征向量分别为 $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n$ 和 $\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \dots, \mathbf{e}_n$, 若矩阵 \mathbf{X} 受到某个 Hermitian 矩阵 $\tilde{\mathbf{X}}$ 的加性扰动, 扰动后的矩阵记为 $\hat{\mathbf{X}} = \mathbf{X} + \tilde{\mathbf{X}}$, 并且矩阵 $\hat{\mathbf{X}}$ 的特征值为 $\hat{\lambda}_1, \hat{\lambda}_2, \dots, \hat{\lambda}_n$, 则 $\hat{\lambda}_k$ 和 λ_k 之间满足如下关系式

$$\hat{\lambda}_k = \lambda_k + \mathbf{e}_k^H \tilde{\mathbf{X}} \mathbf{e}_k + \mathbf{e}_k^H \tilde{\mathbf{X}} \mathbf{E}_k \tilde{\mathbf{X}} \mathbf{e}_k + o(\|\tilde{\mathbf{X}}\|_2^2) \quad (13)$$

式中

$$\mathbf{E}_k = \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq k}}^n (\lambda_k - \lambda_i)^{-1} \mathbf{e}_i \mathbf{e}_i^H \quad (14)$$

4.2 目标位置参量估计方差的理论性能

4.2.1 性能分析的基本思想

在有限采样影响下的估计准则为

$$\hat{\mathbf{p}}_d = \arg \min_{\mathbf{p}} \hat{J}(\mathbf{p}) = \arg \min_{\mathbf{p}} \lambda_{\min}[\hat{\mathbf{Q}}(\mathbf{p})] \quad (15)$$

式中

$$\hat{\mathbf{Q}}(\mathbf{p}) = \sum_{n=1}^N \mathbf{T}^H[\mathbf{a}_n(\mathbf{p})] \cdot \hat{\mathbf{I}}_n \cdot \mathbf{T}[\mathbf{a}_n(\mathbf{p})] \quad (16)$$

下面将用一阶扰动分析将定位误差 $\tilde{\mathbf{p}}_d = \hat{\mathbf{p}}_d - \mathbf{p}_d$ 表示成投影矩阵扰动量 $\tilde{\mathbf{I}}_n = \hat{\mathbf{I}}_n - \mathbf{I}_n$ 的线性函数. 为此, 可将目标函数 $\hat{J}(\mathbf{p})$ 在估计值 $\hat{\mathbf{p}}_d$ 上的取值(即 $\hat{J}(\hat{\mathbf{p}}_d)$)表示成关于 $\tilde{\mathbf{p}}_d$ 和 $\tilde{\mathbf{I}}_n$ 的二次型形式.

4.2.2 优化函数的二阶扰动分析

首先根据二阶 Taylor 级数展开可得

$$\begin{aligned} \mathbf{T}[\mathbf{a}_n(\hat{\mathbf{p}}_d)] &\approx \mathbf{T}[\mathbf{a}_n(\mathbf{p}_d)] + \sum_{k=1}^K \langle \tilde{\mathbf{p}}_d \rangle_k \cdot \mathbf{T}[\dot{\mathbf{a}}_{nk}(\mathbf{p}_d)] \\ &+ \frac{1}{2} \sum_{k_1=1}^K \sum_{k_2=1}^K \langle \tilde{\mathbf{p}}_d \rangle_{k_1} \cdot \langle \tilde{\mathbf{p}}_d \rangle_{k_2} \cdot \mathbf{T}[\ddot{\mathbf{a}}_{nk_1 k_2}(\mathbf{p}_d)] \end{aligned} \quad (17)$$

式中 $\ddot{\mathbf{a}}_{nk_1 k_2}(\mathbf{p}_d) = \frac{\partial^2 \mathbf{a}_n(\mathbf{p}_d)}{\partial \langle \mathbf{p}_d \rangle_{k_1} \partial \langle \mathbf{p}_d \rangle_{k_2}}$ 和 $\dot{\mathbf{a}}_{nk}(\mathbf{p}_d) =$

$\frac{\partial \mathbf{a}_n(\mathbf{p}_d)}{\partial \langle \mathbf{p}_d \rangle_k}$. 将式(17)代入式(16)中可得

$$\hat{\mathbf{Q}}(\hat{\mathbf{p}}_d) \approx \mathbf{Q}(\mathbf{p}_d) + \tilde{\mathbf{Q}}_d^{(1)} + \tilde{\mathbf{Q}}_d^{(2)} \quad (18)$$

式中 $\tilde{\mathbf{Q}}_d^{(1)}$ 仅包含 $\tilde{\mathbf{p}}_d$ 和 $\tilde{\mathbf{H}}_n$ 的一阶项, $\tilde{\mathbf{Q}}_d^{(2)}$ 仅包含 $\tilde{\mathbf{p}}_d$ 和 $\tilde{\mathbf{H}}_n$ 的二阶项, 相应的表达式分别为

$$\left\{ \begin{aligned} \tilde{\mathbf{Q}}_d^{(1)} &= \sum_{k=1}^K \langle \tilde{\mathbf{p}}_d \rangle_k \cdot \hat{\mathbf{Q}}_k(\mathbf{p}_d) \\ &+ \sum_{n=1}^N \mathbf{T}^H[\mathbf{a}_n(\mathbf{p}_d)] \cdot \tilde{\mathbf{H}}_n \cdot \mathbf{T}[\mathbf{a}_n(\mathbf{p}_d)] \\ \tilde{\mathbf{Q}}_d^{(2)} &= \frac{1}{2} \sum_{k_1=1}^K \sum_{k_2=1}^K \langle \tilde{\mathbf{p}}_d \rangle_{k_1} \cdot \langle \tilde{\mathbf{p}}_d \rangle_{k_2} \cdot \hat{\mathbf{Q}}_{k_1 k_2}(\mathbf{p}_d) \\ &+ \sum_{k=1}^K \langle \tilde{\mathbf{p}}_d \rangle_k \cdot \left(\sum_{n=1}^N \left(\mathbf{T}^H[\dot{\mathbf{a}}_{nk}(\mathbf{p}_d)] \cdot \tilde{\mathbf{H}}_n \cdot \mathbf{T}[\mathbf{a}_n(\mathbf{p}_d)] \right. \right. \\ &\left. \left. + \mathbf{T}^H[\mathbf{a}_n(\mathbf{p}_d)] \cdot \tilde{\mathbf{H}}_n \cdot \mathbf{T}[\dot{\mathbf{a}}_{nk}(\mathbf{p}_d)] \right) \right) \end{aligned} \right\} \quad (19)$$

其中 $\hat{\mathbf{Q}}_{k_1 k_2}(\mathbf{p}_d) = \frac{\partial^2 \mathbf{Q}(\mathbf{p}_d)}{\partial \langle \mathbf{p}_d \rangle_{k_1} \partial \langle \mathbf{p}_d \rangle_{k_2}}$ 和 $\hat{\mathbf{Q}}_k(\mathbf{p}_d) = \frac{\partial \mathbf{Q}(\mathbf{p}_d)}{\partial \langle \mathbf{p}_d \rangle_k}$.

假设矩阵 $\mathbf{Q}(\mathbf{p}_d)$ 的 W 个特征值及其对应的单位特征向量分别为 $\lambda_{d1}, \lambda_{d2}, \dots, \lambda_{dW}$ (按升序排列) 和 $\mathbf{e}_{d1}, \mathbf{e}_{d2}, \dots, \mathbf{e}_{dW}$, 则根据命题 1 可以得到如下关系式

$$\begin{aligned} \mathbf{J}(\hat{\mathbf{p}}_d) &\approx \mathbf{J}(\mathbf{p}_d) + \mathbf{e}_{d1}^H (\tilde{\mathbf{Q}}_d^{(1)} + \tilde{\mathbf{Q}}_d^{(2)}) \mathbf{e}_{d1} + \mathbf{e}_{d1}^H \tilde{\mathbf{Q}}_d^{(1)} \mathbf{E}_{d1} \tilde{\mathbf{Q}}_d^{(1)} \mathbf{e}_{d1} \\ &= \tilde{\mathbf{J}}_d^{(1)} + \tilde{\mathbf{J}}_d^{(2)} \end{aligned} \quad (20)$$

式中 $\tilde{\mathbf{J}}_d^{(1)}$ 仅包含 $\tilde{\mathbf{p}}_d$ 和 $\tilde{\mathbf{H}}_n$ 一阶项, 其表达式为

$$\tilde{\mathbf{J}}_d^{(1)} = \mathbf{e}_{d1}^H \tilde{\mathbf{Q}}_d^{(1)} \mathbf{e}_{d1} = \mathbf{h}^T(\mathbf{p}_d) \tilde{\mathbf{p}}_d + \sum_{n=1}^N \mathbf{g}_n^T(\mathbf{p}_d) \tilde{\boldsymbol{\xi}}_n \quad (21)$$

其中

$$\left\{ \begin{aligned} \tilde{\boldsymbol{\xi}}_n &= \text{vec}(\tilde{\mathbf{H}}_n) \\ \mathbf{g}_n(\mathbf{p}_d) &= (\mathbf{T}[\mathbf{a}_n(\mathbf{p}_d)] \cdot \mathbf{e}_{d1}) \otimes (\mathbf{T}[\mathbf{a}_n(\mathbf{p}_d)] \cdot \mathbf{e}_{d1})^* \\ \mathbf{h}(\mathbf{p}_d) &= [\mathbf{e}_{d1}^H \hat{\mathbf{Q}}_1(\mathbf{p}_d) \mathbf{e}_{d1} \mathbf{e}_{d1}^H \hat{\mathbf{Q}}_2(\mathbf{p}_d) \mathbf{e}_{d1} \dots \mathbf{e}_{d1}^H \hat{\mathbf{Q}}_K(\mathbf{p}_d) \mathbf{e}_{d1}]^T \end{aligned} \right\} \quad (22)$$

$\tilde{\mathbf{J}}_d^{(2)}$ 仅包含 $\tilde{\mathbf{p}}_d$ 和 $\tilde{\mathbf{H}}_n$ 的二阶项, 其表达式为

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{J}}_d^{(2)} &= \mathbf{e}_{d1}^H \tilde{\mathbf{Q}}_d^{(2)} \mathbf{e}_{d1} + \mathbf{e}_{d1}^H \tilde{\mathbf{Q}}_d^{(1)} \mathbf{E}_{d1} \tilde{\mathbf{Q}}_d^{(1)} \mathbf{e}_{d1} \\ &= \frac{1}{2} \tilde{\mathbf{p}}_d^T \mathbf{H}(\mathbf{p}_d) \tilde{\mathbf{p}}_d + \sum_{n=1}^N \tilde{\mathbf{p}}_d^T \mathbf{G}_n(\mathbf{p}_d) \tilde{\boldsymbol{\xi}}_n \\ &+ \sum_{n_1=1}^N \sum_{n_2=1}^N \tilde{\boldsymbol{\xi}}_{n_1}^H \mathbf{F}_{n_1 n_2}(\mathbf{p}_d) \tilde{\boldsymbol{\xi}}_{n_2} \end{aligned} \quad (23)$$

式中 $\langle \mathbf{H}(\mathbf{p}_d) \rangle_{k_1 k_2}$ 表示矩阵 $\mathbf{H}(\mathbf{p}_d)$ 的第 k_1 行、第 k_2 列元素, $\langle \mathbf{G}_n(\mathbf{p}_d) \rangle_{k_1}$ 表示矩阵 $\mathbf{G}_n(\mathbf{p}_d)$ 的第 k_1 行向量,

$$\mathbf{F}_{n_1 n_2}(\mathbf{p}_d) = \left(\begin{aligned} &(\mathbf{T}[\mathbf{a}_{n_1}(\mathbf{p}_d)] \cdot \mathbf{E}_{d1} \cdot \mathbf{T}^H[\mathbf{a}_{n_2}(\mathbf{p}_d)])^T \\ &\otimes (\mathbf{T}[\mathbf{a}_{n_2}(\mathbf{p}_d)] \cdot \mathbf{e}_{d1} \mathbf{e}_{d1}^H \cdot \mathbf{T}^H[\mathbf{a}_{n_1}(\mathbf{p}_d)]) \end{aligned} \right) \quad (24)$$

$$\mathbf{E}_{d1} = \sum_{w=2}^W (\lambda_{d1} - \lambda_{dw})^{-1} \mathbf{e}_{dw} \mathbf{e}_{dw}^H \quad (25)$$

将式(22)和式(23)代入式(21)中可得

$$\mathbf{J}(\hat{\mathbf{p}}_d) \approx \mathbf{h}^T(\mathbf{p}_d) \tilde{\mathbf{p}}_d + \sum_{n=1}^N \mathbf{g}_n^T(\mathbf{p}_d) \tilde{\boldsymbol{\xi}}_n$$

$$\begin{aligned} &+ \frac{1}{2} \tilde{\mathbf{p}}_d^T \mathbf{H}(\mathbf{p}_d) \tilde{\mathbf{p}}_d + \sum_{n=1}^N \tilde{\mathbf{p}}_d^T \mathbf{G}_n(\mathbf{p}_d) \tilde{\boldsymbol{\xi}}_n \\ &+ \sum_{n_1=1}^N \sum_{n_2=1}^N \tilde{\boldsymbol{\xi}}_{n_1}^H \mathbf{F}_{n_1 n_2}(\mathbf{p}_d) \tilde{\boldsymbol{\xi}}_{n_2} \end{aligned} \quad (26)$$

另一方面, 根据式(11)可知

$$\frac{\partial \mathbf{J}(\mathbf{p}_d)}{\partial \mathbf{p}_d} = \mathbf{h}(\mathbf{p}_d) = \mathbf{O}_{K \times 1} \quad (27)$$

于是可将式(26)进一步简写为

$$\begin{aligned} \mathbf{J}(\hat{\mathbf{p}}_d) &\approx \sum_{n=1}^N \mathbf{g}_n^T(\mathbf{p}_d) \tilde{\boldsymbol{\xi}}_n + \frac{1}{2} \tilde{\mathbf{p}}_d^T \mathbf{H}(\mathbf{p}_d) \tilde{\mathbf{p}}_d \\ &+ \sum_{n=1}^N \tilde{\mathbf{p}}_d^T \mathbf{G}_n(\mathbf{p}_d) \tilde{\boldsymbol{\xi}}_n + \sum_{n_1=1}^N \sum_{n_2=1}^N \tilde{\boldsymbol{\xi}}_{n_1}^H \mathbf{F}_{n_1 n_2}(\mathbf{p}_d) \tilde{\boldsymbol{\xi}}_{n_2} \end{aligned} \quad (28)$$

4.2.3 目标位置参量的理论估计方差

由式(15)和式(28)可知, 在一阶误差分析条件下, 定位估计值 $\hat{\mathbf{p}}_d$ 中包含的误差 $\tilde{\mathbf{p}}_d$ 应使得 $\tilde{\mathbf{J}}_d^{(1)} + \tilde{\mathbf{J}}_d^{(2)}$ 取最小值, 即有

$$\tilde{\mathbf{p}}_d \approx \arg \min_{\mathbf{z} \in \mathbf{R}^{K \times 1}} \left\{ \frac{1}{2} \mathbf{z}^T \mathbf{H}(\mathbf{p}_d) \mathbf{z} + \sum_{n=1}^N \mathbf{z}^T \mathbf{G}_n(\mathbf{p}_d) \tilde{\boldsymbol{\xi}}_n \right\} \quad (29)$$

由此可知

$$\tilde{\mathbf{p}}_d \approx \sum_{n=1}^N \mathbf{H}^{-1}(\mathbf{p}_d) \mathbf{G}_n(\mathbf{p}_d) \tilde{\boldsymbol{\xi}}_n \quad (30)$$

式(30)给出了 $\tilde{\mathbf{p}}_d$ 和 $\tilde{\boldsymbol{\xi}}_n$ (亦即 $\tilde{\mathbf{H}}_n$) 之间的线性关系, 为了获得 $\tilde{\mathbf{p}}_d$ 的方差矩阵, 还需要推导 $\tilde{\boldsymbol{\xi}}_n$ 的统计特性.

在有限样本条件下, 扰动向量 $\tilde{\boldsymbol{\xi}}_n$ 来源于阵列协方差矩阵 $\mathbf{R}_{x_{x_n}}$ 的估计误差 (假设为 $\tilde{\mathbf{R}}_{x_{x_n}}$), 其误差量级为 $\tilde{\mathbf{R}}_{x_{x_n}} = \mathbf{O}(1/\sqrt{L})$ [15]. 根据文献[17]可知 $\tilde{\mathbf{H}}_n$ 与 $\tilde{\mathbf{R}}_{x_{x_n}}$ 之间的线性关系为

$$\tilde{\mathbf{H}}_n \approx \mathbf{\Pi}_n \tilde{\mathbf{R}}_{x_{x_n}} \mathbf{\Phi}_n + \mathbf{\Phi}_n \tilde{\mathbf{R}}_{x_{x_n}} \mathbf{\Pi}_n \quad (31)$$

式中 $\mathbf{\Phi}_n = (\mathbf{C} \mathbf{A}_n(\bar{\mathbf{p}}) \mathbf{R}_{s_{x_n}} \mathbf{A}_n^H(\bar{\mathbf{p}}) \mathbf{C}^H)^\dagger$. 再利用矩阵恒等式 $\text{vec}(\mathbf{XYZ}) = (\mathbf{Z}^T \otimes \mathbf{X}) \cdot \text{vec}(\mathbf{Y})$ 可进一步得

$$\tilde{\boldsymbol{\xi}}_n \approx (\mathbf{\Phi}_n^* \otimes \mathbf{\Pi}_n + \mathbf{\Pi}_n^* \otimes \mathbf{\Phi}_n) \tilde{\mathbf{r}}_{x_{x_n}} \quad (32)$$

式中 $\tilde{\mathbf{r}}_{x_{x_n}} = \text{vec}(\tilde{\mathbf{R}}_{x_{x_n}})$. 利用文献[18]中的结论可得

$$\mathbf{E}[\tilde{\mathbf{r}}_{x_{x_n}} \tilde{\mathbf{r}}_{x_{x_n}}^T] = \frac{1}{L} (\mathbf{R}_{x_{x_n}}^* \otimes \mathbf{R}_{x_{x_n}}) \quad (33)$$

于是有

$$\mathbf{E}[\tilde{\boldsymbol{\xi}}_n \tilde{\boldsymbol{\xi}}_n^H] = \frac{\sigma^2}{L} (\mathbf{\Omega}_n^* \otimes \mathbf{\Pi}_n + \mathbf{\Pi}_n^* \otimes \mathbf{\Omega}_n) \quad (34)$$

式中 $\mathbf{\Omega}_n = \mathbf{\Phi}_n \mathbf{R}_{x_{x_n}} \mathbf{\Phi}_n$. 最后结合式(30), 式(34)以及 $\tilde{\boldsymbol{\xi}}_n$ 与 $\tilde{\boldsymbol{\xi}}_m$ ($m \neq n$) 之间的统计独立性可以推得定位误差 $\tilde{\mathbf{p}}_d$ 的协方差矩阵为

$$\mathbf{R}_{p, p_d} = \frac{\sigma^2}{L} \sum_{n=1}^N \left(\mathbf{H}^{-1}(\mathbf{p}_d) \mathbf{G}_n(\mathbf{p}_d) \left(\begin{aligned} &\mathbf{\Omega}_n^* \otimes \mathbf{\Pi}_n \\ &+ \mathbf{\Pi}_n^* \otimes \mathbf{\Omega}_n \end{aligned} \right) \right. \\ \left. \times \mathbf{G}_n^H(\mathbf{p}_d) \mathbf{H}^{-H}(\mathbf{p}_d) \right) \quad (35)$$

4.3 互耦向量估计方差的理论性能

在有限样本条件下互耦向量的估计值为

$$\hat{c} = \frac{1}{D} \sum_{d=1}^D e_{\min}[\hat{Q}(\hat{p}_d)] \quad (36)$$

根据文献[19]对首一特征向量的一阶扰动分析可知,互耦向量的估计误差可以表示为

$$\tilde{c} = \hat{c} - c \approx \frac{1}{D} \sum_{d=1}^D (c i_p^{(1)T} - I_p) (\mathbf{Q}(p_d))^\dagger \tilde{Q}_d c \quad (37)$$

式中

$$\begin{aligned} \tilde{Q}_d = \hat{Q}(\hat{p}_d) - \mathbf{Q}(p_d) &\approx \sum_{k=1}^K \langle \tilde{p}_d \rangle_k \cdot \hat{Q}_k(p_d) \\ &+ \sum_{n=1}^N \mathbf{T}^H[\mathbf{a}_n(p_d)] \cdot \tilde{\Pi}_n \cdot \mathbf{T}[\mathbf{a}_n(p_d)] \end{aligned} \quad (38)$$

将式(38)代入式(37)中可将其改写为

$$\tilde{c} \approx \frac{1}{D} \sum_{d=1}^D \boldsymbol{\Psi}(p_d) \tilde{p}_d + \frac{1}{D} \sum_{n=1}^N \Gamma_n(\bar{p}) \tilde{\xi}_n \quad (39)$$

式中

$$\begin{cases} \boldsymbol{\Psi}(p_d) = (c i_p^{(1)T} - I_p) \mathbf{Q}^\dagger(p_d) \\ \quad \times [\hat{Q}_1(p_d) c \hat{Q}_2(p_d) c \cdots \hat{Q}_K(p_d) c] \\ \Gamma_n(\bar{p}) = \\ \quad \left(\sum_{d=1}^D \left(\mathbf{T}[\mathbf{a}_n(p_d)] \cdot c \right)^T \right. \\ \quad \left. \otimes ((c i_p^{(1)T} - I_p) (\mathbf{Q}(p_d))^\dagger \cdot \mathbf{T}^H[\mathbf{a}_n(p_d)]) \right) \end{cases} \quad (40)$$

再将式(30)代入式(39)中可得

$$\tilde{c} \approx \sum_{n=1}^N \mathbf{Z}_n(\bar{p}) \tilde{\xi}_n \quad (41)$$

式中

$$\mathbf{Z}_n(\bar{p}) = \frac{1}{D} \left(\sum_{d=1}^D \boldsymbol{\Psi}(p_d) \mathbf{H}^{-1}(p_d) \mathbf{G}_n(p_d) + \Gamma_n(\bar{p}) \right) \quad (42)$$

最后结合式(34)和式(41)可得

$$\mathbf{R}_{cc} = \frac{\sigma^2}{L} \sum_{n=1}^N \mathbf{Z}_n(\bar{p}) (\boldsymbol{\Omega}_n^* \otimes \mathbf{I}_n + \mathbf{I}_n^* \otimes \boldsymbol{\Omega}_n) \mathbf{Z}_n^H(\bar{p}) \quad (43)$$

5 参数估计方差的克拉美罗界

首先定义一个包含全部未知参量的高维向量

$$\boldsymbol{\eta} = [\bar{p}^T \operatorname{Re}^T\{c\} \operatorname{Im}^T\{c\} r_s^T \sigma^2]^T \quad (44)$$

式中

$$r_s = [(\operatorname{vecd}(\mathbf{R}_{s_{s_1}}))^\top (\operatorname{vecd}(\mathbf{R}_{s_{s_2}}))^\top \cdots (\operatorname{vecd}(\mathbf{R}_{s_{s_N}}))^\top]^\top \quad (45)$$

关于向量 $\boldsymbol{\eta}$ 的 Fisher 信息矩阵中的元素可以表示为

$$\begin{aligned} \langle \mathbf{FISH}(\boldsymbol{\eta}) \rangle_{ij} &= \langle \mathbf{CRB}^{-1}(\boldsymbol{\eta}) \rangle_{ij} \\ &= L \cdot \sum_{n=1}^N \left(\frac{\partial \operatorname{vec}(\mathbf{R}_{x_{x_n}})}{\partial \langle \boldsymbol{\eta} \rangle_j} \right)^H \\ &\quad \cdot (\mathbf{R}_{x_{x_n}}^{-T} \otimes \mathbf{R}_{x_{x_n}}^{-1}) \cdot \frac{\partial \operatorname{vec}(\mathbf{R}_{x_{x_n}})}{\partial \langle \boldsymbol{\eta} \rangle_i} \end{aligned} \quad (46)$$

再定义如下矩阵

$$\begin{aligned} \mathbf{B}_n &= \\ &\left[\frac{\partial \operatorname{vec}(\mathbf{R}_{x_{x_n}})}{\partial \bar{p}^T} \quad \frac{\partial \operatorname{vec}(\mathbf{R}_{x_{x_n}})}{\partial \operatorname{Re}^T\{c\}} \quad \frac{\partial \operatorname{vec}(\mathbf{R}_{x_{x_n}})}{\partial \operatorname{Im}^T\{c\}} \quad \frac{\partial \operatorname{vec}(\mathbf{R}_{x_{x_n}})}{\partial r_s^T} \quad \frac{\partial \operatorname{vec}(\mathbf{R}_{x_{x_n}})}{\partial \sigma^2} \right] \\ &= [\mathbf{B}_{n1} \quad \mathbf{B}_{n2} \quad \mathbf{B}_{n3} \quad \mathbf{B}_{n4} \quad \mathbf{B}_{n5}] \end{aligned} \quad (47)$$

式中

$$\begin{aligned} \mathbf{B}_{n1} &= ((\mathbf{C}^* \mathbf{A}_n^*(\bar{p}) \mathbf{R}_{s_{s_n}}) \otimes \mathbf{C}) \cdot \frac{\partial \operatorname{vec}(\mathbf{A}_n(\bar{p}))}{\partial \bar{p}^T} \\ &+ (\mathbf{C}^* \otimes (\mathbf{C} \mathbf{A}_n(\bar{p}) \mathbf{R}_{s_{s_n}})) \mathbf{J}_{M \cdot D} \cdot \frac{\partial \operatorname{vec}(\mathbf{A}_n^*(\bar{p}))}{\partial \bar{p}^T} \end{aligned} \quad (48)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{B}_{n2} &= \begin{bmatrix} \mathbf{T}[\mathbf{A}_n(\bar{p}) \mathbf{R}_{s_{s_n}} \mathbf{A}_n^H(\bar{p}) \mathbf{C}^H \mathbf{i}_M^{(1)}] \\ \mathbf{T}[\mathbf{A}_n(\bar{p}) \mathbf{R}_{s_{s_n}} \mathbf{A}_n^H(\bar{p}) \mathbf{C}^H \mathbf{i}_M^{(2)}] \\ \vdots \\ \mathbf{T}[\mathbf{A}_n(\bar{p}) \mathbf{R}_{s_{s_n}} \mathbf{A}_n^H(\bar{p}) \mathbf{C}^H \mathbf{i}_M^{(M)}] \end{bmatrix} \\ &+ \begin{bmatrix} \mathbf{C} \mathbf{A}_n(\bar{p}) \mathbf{R}_{s_{s_n}} \mathbf{A}_n^H(\bar{p}) \cdot \mathbf{T}[\mathbf{i}_M^{(1)}] \\ \mathbf{C} \mathbf{A}_n(\bar{p}) \mathbf{R}_{s_{s_n}} \mathbf{A}_n^H(\bar{p}) \cdot \mathbf{T}[\mathbf{i}_M^{(2)}] \\ \vdots \\ \mathbf{C} \mathbf{A}_n(\bar{p}) \mathbf{R}_{s_{s_n}} \mathbf{A}_n^H(\bar{p}) \cdot \mathbf{T}[\mathbf{i}_M^{(M)}] \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (49)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{B}_{n3} &= \begin{bmatrix} \mathbf{i} \cdot \mathbf{T}[\mathbf{A}_n(\bar{p}) \mathbf{R}_{s_{s_n}} \mathbf{A}_n^H(\bar{p}) \mathbf{C}^H \mathbf{i}_M^{(1)}] \\ \mathbf{i} \cdot \mathbf{T}[\mathbf{A}_n(\bar{p}) \mathbf{R}_{s_{s_n}} \mathbf{A}_n^H(\bar{p}) \mathbf{C}^H \mathbf{i}_M^{(2)}] \\ \vdots \\ \mathbf{i} \cdot \mathbf{T}[\mathbf{A}_n(\bar{p}) \mathbf{R}_{s_{s_n}} \mathbf{A}_n^H(\bar{p}) \mathbf{C}^H \mathbf{i}_M^{(M)}] \end{bmatrix} \\ &- \begin{bmatrix} \mathbf{i} \mathbf{C} \mathbf{A}_n(\bar{p}) \mathbf{R}_{s_{s_n}} \mathbf{A}_n^H(\bar{p}) \cdot \mathbf{T}[\mathbf{i}_M^{(1)}] \\ \mathbf{i} \mathbf{C} \mathbf{A}_n(\bar{p}) \mathbf{R}_{s_{s_n}} \mathbf{A}_n^H(\bar{p}) \cdot \mathbf{T}[\mathbf{i}_M^{(2)}] \\ \vdots \\ \mathbf{i} \mathbf{C} \mathbf{A}_n(\bar{p}) \mathbf{R}_{s_{s_n}} \mathbf{A}_n^H(\bar{p}) \cdot \mathbf{T}[\mathbf{i}_M^{(M)}] \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (50)$$

$$\mathbf{B}_{n4} = ((\mathbf{C}^* \mathbf{A}_n^*(\bar{p})) \circ (\mathbf{C} \mathbf{A}_n(\bar{p}))) (\mathbf{i}_N^{(n)T} \otimes \mathbf{I}_D) \quad (51)$$

$$\mathbf{B}_{n5} = \operatorname{vec}(\mathbf{I}_M) \quad (52)$$

式(48)中的矩阵 $\mathbf{J}_{M \cdot D}$ 满足

$$\operatorname{vec}(\mathbf{X}_{M \times D}^T) = \mathbf{J}_{M \cdot D} \cdot \operatorname{vec}(\mathbf{X}_{M \times D}) \quad (\forall \mathbf{X}_{M \times D} \in \mathbf{C}^{M \times D}) \quad (53)$$

最后基于式(46)和式(47)可知向量 $\boldsymbol{\eta}$ 的 CRB 矩阵为

$$\mathbf{CRB}(\boldsymbol{\eta}) = \frac{1}{L} \left(\sum_{n=1}^N \mathbf{B}_n^H(\mathbf{R}_{x_{x_n}}^{-T} \otimes \mathbf{R}_{x_{x_n}}^{-1}) \mathbf{B}_n \right)^{-1} \quad (54)$$

6 仿真性能分析

6.1 单目标存在条件下的仿真性能

单目标辐射源的位置坐标与天线阵列的运动点迹如图2所示,其中天线阵列为8元均匀圆阵,半径与波长比为1.5,该阵列中相邻3个阵元之间在互耦效应,其互耦系数分别为1.00, -0.32-0.38i和0.18-0.13i,信号发射调频(FM)信号,载波频率为10kHz,调

制频率为 100Hz,调制系数为 0.1. 首先假设目标辐射源的信噪比为 15dB,天线阵列在每个时隙段的样本点数为 1000,图 3 给出了 RARE-DPD 算法的目标空域位置谱图. 然后改变目标辐射源信噪比,图 4 和图 5 分别给出了 RARE-DPD 算法的定位均方根误差和互耦向量估计均方根误差随着目标辐射源信噪比的变化曲线,此外,图 4 中还给出了文献[14]中提出的 CPN-DPD 算法和 ML-DPD 算法的性能曲线,其目的在于说明阵列互耦对于这两种 DPD 算法的影响. 最后假设目标辐射源的信噪比为 0dB,天线阵列在每个时隙段的样本点数为 500,图 6 给出了 RARE-DPD 算法的定位等高线分布图.

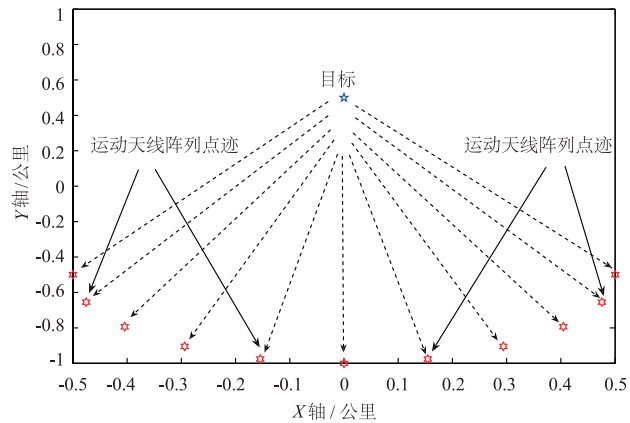


图2 目标辐射源与天线阵列运动点迹示意图(单目标)

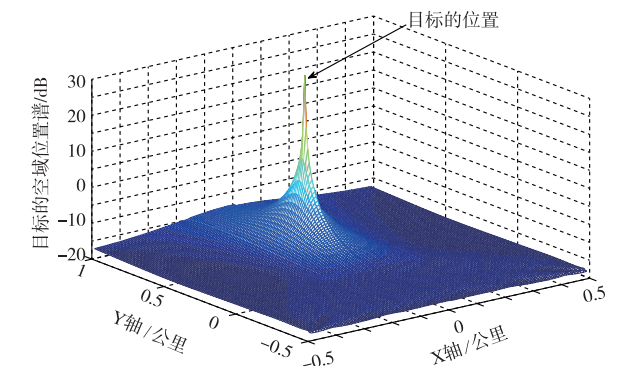


图3 RARE-DPD算法的目标空域位置谱图(单目标)

从图 3 中可以看出,RARE-DPD 算法的目标空域位置谱在目标坐标处呈尖锐谱峰. 从图 4 和图 5 中可以看出,RARE-DPD 算法参数估计性能的仿真实验值与第 4 节推导的理论值吻合地较好,同时在单目标存在条件下,RARE-DPD 算法的参数估计性能几乎完全逼近 CRB,从而说明了该方法在单目标存在条件下的统计有效性. 此外,从图 4 中还可以看出,阵列互耦对于文献[14]提出的两种 DPD 算法的影响是很大的,这是因为这两种算法均未考虑互耦效应. 从图 6 中可以看出,在图 2 给出的定位场景下,RARE-DPD 算法的定位误差随

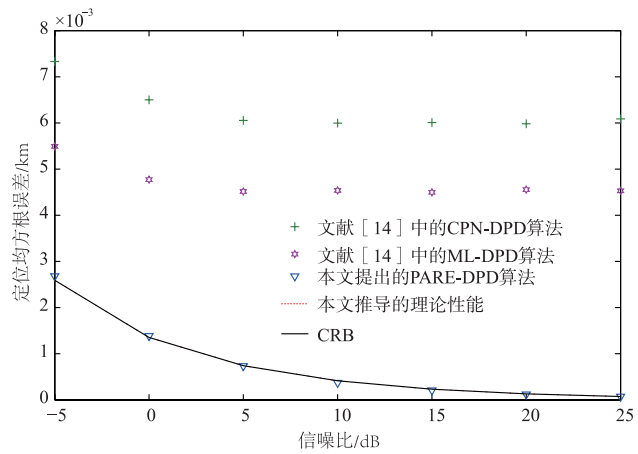


图4 定位均方根误差随着信噪比的变化曲线(单目标)

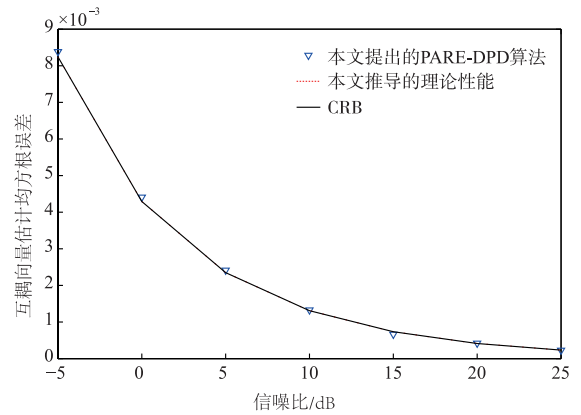


图5 互耦向量估计均方根误差随着信噪比的变化曲线(单目标)

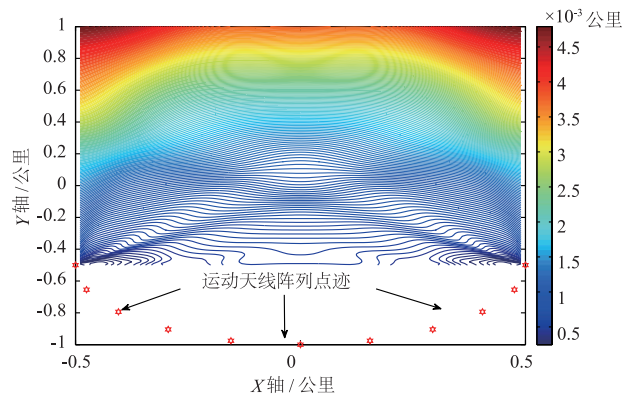


图6 RARE-DPD算法的定位等高线分布图(单目标)

着目标距离的增加而逐渐增大,其等高线呈弧形.

6.2 两目标存在条件下的仿真性能

两目标辐射源的位置坐标与天线阵列的运动点迹如图 7 所示,阵列流形和互耦参数同上. 首先假设目标辐射源信噪比为 15dB,天线阵列在每个时隙段的样本点数为 2000,图 8 给出了 RARE-DPD 算法的目标空域位置谱图,此外,这里还给出了文献[14]提出的 CPN-DPD 算法的目标空域位置谱图,其目的是说明阵列互

耦对于目标分辨率的影响.

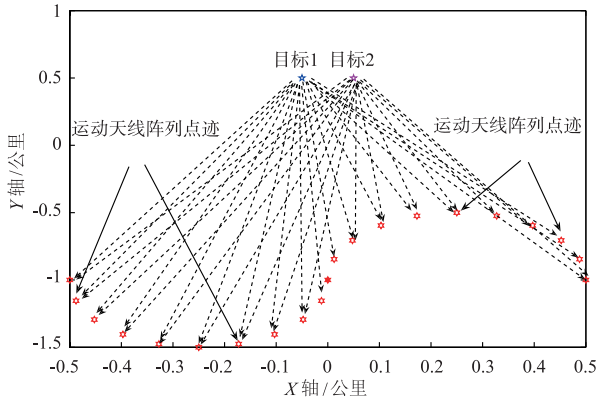
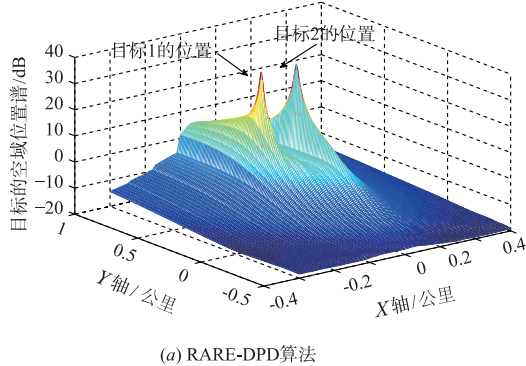


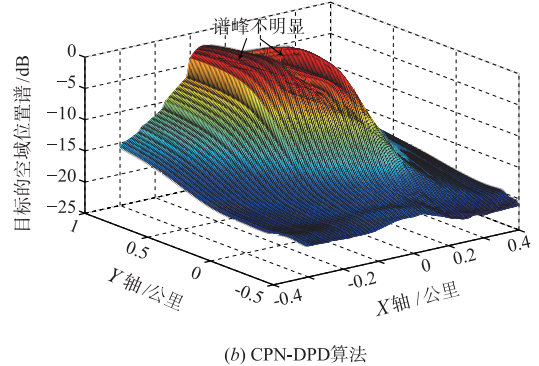
图7 目标辐射源与天线阵列运动点迹示意图 (两目标)

从图 8 中可以看出,RARE-DPD 算法的目标空域位置谱在两目标坐标处都呈现尖锐谱峰,从而进一步说明 RARE-DPD 算法的有效性,同时也验证直接定位算法没有“目标-量测”关联问题.此外,CPN-DPD 算法的目标空域位置谱没有出现明显谱峰,这是因为阵列互耦效应削减了谱峰高度,并显著降低目标分辨率.

为了进一步突出 RARE-DPD 算法的性能优势,下面将其与传统两步估计定位方法进行比较.假设两个



(a) RARE-DPD算法



(b) CPN-DPD算法

图8 目标空域位置谱图 (两目标)

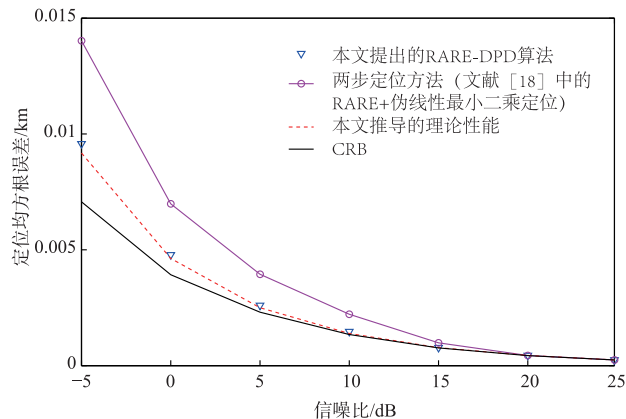


图9 定位均方根误差随着信噪比的变化曲线 (两目标)

目标的位置坐标分别为(0.2km,0.4km)和(-0.1km,0.6km),先将每个时隙段的样本点数固定为2000,图9和图10分别给出了两种方法的定位均方根误差和互耦向量估计均方根误差随着辐射源信噪比的变化曲线;再将信噪比固定为0dB,图11和图12分别给出了两种方法的定位均方根误差和互耦向量估计均方根误差随着每个时隙段样本点数的变化曲线.

从图9至图12中可以看出,本文提出的RARE-DPD算法的参数估计精度要优于两步估计定位方法,并且在低信噪比和小样本条件下其优势更为明显.此外,RARE-DPD算法参数估计性能的仿真实验值与第4节推导的理论值吻合地较好.另一方面,当两目标存在时,RARE-DPD算法的性能曲线也能渐近逼近CRB,只是在低信噪比条件下还有一定差距.总体而言,RARE-DPD算法的参数估计精度是较高的.

7 结论

本文提出了一种利用单个运动天线阵列对目标辐射源的直接定位算法.新算法考虑了阵列互耦影响,并且可以实现阵列互耦参量和目标位置参量解耦估计,从而避免两类参量的联合迭代和优化.此外,文中

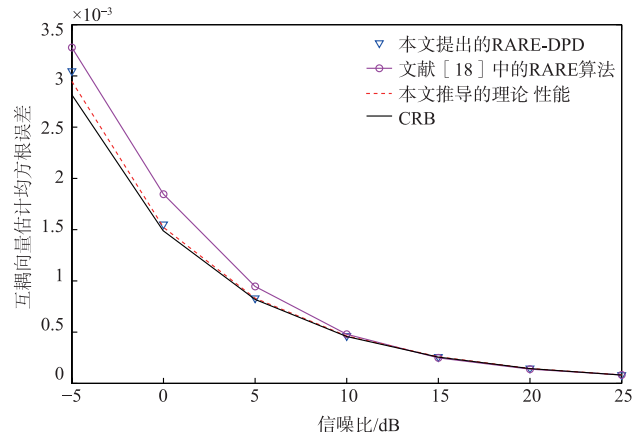


图10 互耦向量估计均方根误差随着信噪比的变化曲线 (两目标)

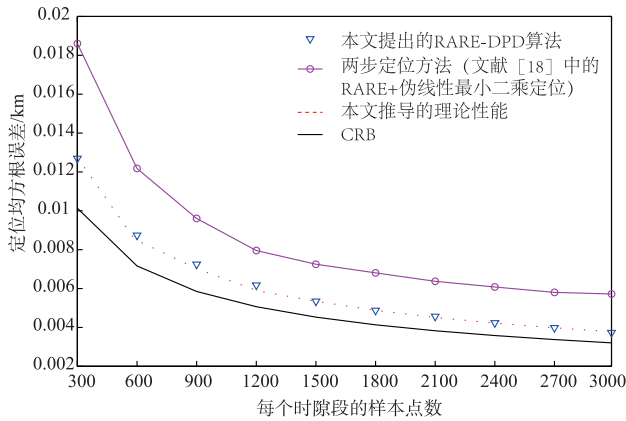


图11 定位均方根误差随着每个时隙段样本点数的变化曲线(两目标)

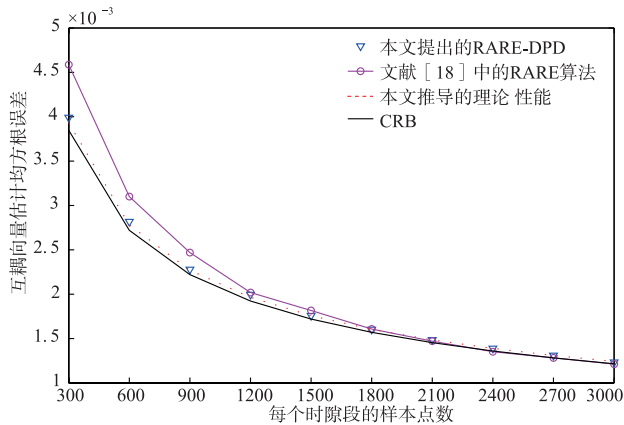


图12 互耦向量估计均方根误差随着每个时隙段样本点数的变化曲线(两目标)

还基于矩阵特征扰动理论,定量推导了 RARE-DPD 算法参数估计的理论方差,并且给出了全部参量估计方差的 CRB 表达式,从而为 RARE-DPD 算法的估计性能提供理论下界。最后,文中通过仿真实验验证了 RARE-DPD 算法比两步估计定位方法具有更高的参数估计性能,并且其估计方差的仿真实验值与文中推导的理论值吻合地较好,从而验证了文中理论分析的有效性。

参考文献

- [1] Kutluyil D. Bearings-only target localization using total least squares [J]. *Signal Processing*, 2005, 85 (9): 1695 – 1710.
- [2] 徐征, 曲长文, 王昌海, 李炳荣. 一种基于最小化广义 Rayleigh 商的无源定位算法研究 [J]. *电子学报*, 2012, 40 (12): 2446 – 2450.
Xu Zheng, Qu Chang-wen, Wang Chang-hai, Li Bing-rong. Research on a passive localization algorithm based on minimizing the generalized Rayleigh quotient [J]. *Acta Electronica Sinica*, 2012, 40 (12): 2446 – 2450. (in Chinese)
- [3] Weiss A J. Direct geolocation of wideband emitters based

- on delay and Doppler [J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2011, 59 (6): 2513 – 5520.
- [4] Amar A, Weiss A J. Localization of narrowband radio emitters based on Doppler frequency shifts [J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2008, 56 (11): 5500 – 5508.
- [5] Weiss A J. Direct position determination of narrowband radio frequency transmitters [J]. *IEEE Signal Processing Letters*, 2004, 11 (5): 513 – 516.
- [6] Amar A, Weiss A J. Direct position determination of multiple radio signals [J]. *EURASIP Journal on Applied Signal Processing*, 2005, 1: 37 – 49.
- [7] Amar A, Weiss A J. Direct position determination in the presence of model errors—known waveforms [J]. *Digital Signal Processing*, 2006, 16 (1): 52 – 83.
- [8] Oispuu M, Nickel U. Direct detection and position determination of multiple sources with intermittent emission [J]. *Signal Processing*, 2010, 90 (12): 3056 – 3064.
- [9] 张敏, 郭福成, 周一宇. 基于单个长基线干涉仪的运动单站直接定位 [J]. *航空学报*, 2013, 34 (2): 378 – 386.
Zhang Min, Guo Fu-cheng, Zhou Yi-yu. A single moving observer direct position determination method using a long baseline interferometer [J]. *Acta Aeronautica et Astronautica Sinica*, 2013, 34 (2): 378 – 386. (in Chinese)
- [10] 张敏, 郭福成, 周一宇, 姚山峰. 运动单站干涉仪相位差直接定位方法 [J]. *航空学报*, 2013, 34 (9): 2185 – 2193.
Zhang Min, Guo Fu-cheng, Zhou Yi-yu, Yao Shan-feng. A single moving observer direct position determination method using interferometer phase difference [J]. *Acta Aeronautica et Astronautica Sinica*, 2013, 34 (9): 2185 – 2193. (in Chinese)
- [11] 王鼎, 姚晖, 吴瑛. 有限采样影响下秩减估计器的波达方向估计性能分析 [J]. *通信学报*, 2013, 34 (3): 53 – 67.
Wang Ding, Yao Hui, Wu Ying. Direction-of-arrival estimation performance analysis of the rank reduction estimator in the presence of finite samples [J]. *Journal on Communications*, 2013, 34 (3): 53 – 67. (in Chinese)
- [12] Qi C, Wang Y, Zhang Y, Chen H. DOA estimation and self-calibration algorithm for uniform circular array [J]. *Electronics Letters*, 2005, 41 (20): 1092 – 1094.
- [13] Ye Z F, Liu C. 2-D DOA estimation in the presence of mutual coupling [J]. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, 2008, 56 (11): 3150 – 3158.
- [14] Jauffret C, Pillon D. Observability in passive target motion analysis [J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 1996, 32 (4): 1290 – 1300.
- [15] Stoica P, Nehorai A. MUSIC, maximum likelihood, and Cramér-Rao bound [J]. *IEEE Transactions on Acoustics,*

Speech and Signal Processing, 1989, 37(5): 720 – 741.

- [16] Kaveh M, Barabell A J. The statistical performance of the MUSIC and the minimum-norm algorithms in resolving plane waves in noise [J]. IEEE Transactions on Acoustics, Speech and Signal Processing, 1986, 34(2): 331 – 341.
- [17] Krim H, Forster P, Proakis J G. Operator approach to performance analysis of root-MUSIC and root-min-norm [J]. IEEE Transactions on Acoustics, Speech and Signal Processing, 1992, 40(7): 1687 – 1696.
- [18] Ottersten B, Stoica P, Roy R. Covariance matching estimation techniques for array signal processing applications [J]. Digital Signal Processing, 1998, 8(3): 185 – 210.
- [19] Wang D, Ke K, Zhang X F, Wu Y. Robust calibration algorithm for multiplicative modeling errors against location deviations of auxiliary sources [J]. Circuits, Systems and Signal Processing, 2014, 33(8): 2495 – 2519.

作者简介



王 鼎 男, 1982 年生于安徽芜湖, 博士(后). 现为解放军信息工程大学信息系统工程学院副教授. 主要研究方向为无源定位和阵列信号处理.

E-mail: wang_ding814@aliyun.com



张瑞杰 女, 1984 年生于河南郑州, 博士. 现为信息工程大学四院讲师, 主要从事网络舆情分析、图像场景分类与检索、无源定位等方面的相关研究.

E-mail: rjz_wonder@163.com